

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
 INSTITUTO DE MATEMÁTICA
 DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
 Disciplina: MAT01168 -Matemática Aplicada -Semestre Letivo 2008/2
 Professoras: Elisabeta Gallicchio e Irene Strauch
 TERCEIRA ÁREA

INTEGRAL DE FOURIER UTILIZANDO O MAPLE

Nona aula 19/11/2008 (continuação)

A Integral de Fourier Complexa

Seja f uma função definida sobre todo eixo real e tal que $\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt < \infty$, então a função tem sua representação integral Fourier complexa $f(t) = \frac{1}{\pi} \left(\int_{-\infty}^{\infty} C(w) e^{iwt} dw \right)$, onde o coeficiente integral $C(w)$ é dado por $C(w) = \frac{1}{2} \left(\int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-iwt} dt \right)$.

Este coeficiente está relacionado com os coeficientes integrais reais através de $A(w) = 2 \Re(C(w))$, $B(w) = -2 \Im(C(w))$

ATENÇÃO: a unidade imaginária $\sqrt{-1} = I$, como visto deve ser denotada por I maiúsculo.

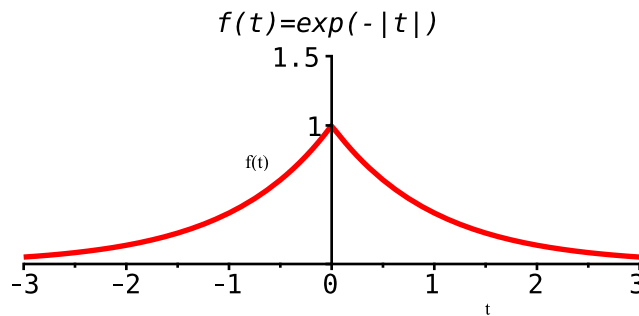
Exemplo: $f(t) = e^{-|t|}$ ou $f(t) = \begin{cases} e^{-t} & 0 \leq t \\ e^t & t < 0 \end{cases}$

```
> restart:with(plots):with(inttrans):with(Student):
Warning, the name changecoords has been redefined

> f(t):=exp(-abs(t));
                                     f(t) := e-|t| (1.1)

> f:=piecewise(t>=0,exp(-t),t<0,exp(t));
                                     f := { e-t  0 ≤ t
                                             et    t < 0 } (1.2)

> plot(f(t),t=-3..3,0..1.5,thickness=2,titlefont=[COURIER,DEFAULT,
16],labels=["t", "f(t)],labelfont=[COURIER,DEFAULT,16],
ytickmarks=[0,1,1.5],axesfont=[COURIER,DEFAULT,16],title=`f(t)=
exp(-|t|)`);
```



Teste de convergência da integral

```
> teste_conv:=int(abs(f),t = -infinity .. infinity);
      teste_conv := 2
```

(1.3)

Cálculo do coeficiente integral

```
> C(w):=(1/2)*(int(exp(-abs(t))*exp(-I*w*t),t =-infinity ..
infinity));
```

$$C(w) := -\frac{1}{(wI - 1)(1 + wI)}$$
(1.4)

```
> C(w):=combine(C(w),trig);
```

$$C(w) := \frac{1}{1 + w^2}$$
(1.5)

Representação integral:

```
> f:= 1/Pi*Int(C(w)*exp(i*w*t),w = -infinity .. infinity);
```

$$f := \frac{1}{\pi} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{iwt}}{1 + w^2} dw \right)$$
(1.6)

```
> modulo_C(w):=eval(abs(C(w)));
```

$$modulo_C(w) := \frac{1}{1 + w^2}$$
(1.7)

```
> plot(modulo_C(w),w=-3..3,thickness=2,color=green,titlefont=
[COURIER,DEFAULT,16],labels=["w", "|C(w)|"],labelfont=[COURIER,
DEFAULT,16],axesfont=[COURIER,DEFAULT,16],title=`Espectro de
Amplitude`);
```

I

